

Bloque III: Estructuras de datos no lineales

ESTRUCTURAS DE DATOS

Tema 6: Conjuntos

ESTRUCTURAS DE DATOS

Conjuntos: contenidos

- Introducción
- Especificación algebraica del TAD TipoConjunto
- Implementaciones del TAD TipoConjunto
- Programación con conjuntos
- Bolsas (conjuntos con repetición)

Conjuntos: Introducción

- Es una colección no ordenada de elementos del mismo tipo, donde no hay repeticiones.
- Cardinalidad
- Conjunto vacío
- Operaciones: pertenencia, inclusión, intersección, unión y diferencia
- Conjuntos en Pascal

Especificación

ESPECIFICACIÓN Conjunto

PARÁMETROS GENÉRICOS

TIPOS TipoElemento

FIN PARÁMETROS

TIPOS TipoConjunto

OPERACIONES

(* constructoras generadoras *)

CrearConjuntoVacio: $\rightarrow$ TipoConjunto

Poner: TipoConjunto $\times$ TipoElemento $\rightarrow$ TipoConjunto

(* observadoras selectoras *)

PARCIAL Elegir: TipoConjunto $\rightarrow$ TipoElemento

(* observadoras no selectoras *)

EsConjuntoVacio: TipoConjunto $\rightarrow$ Booleano 

Pertenece: TipoConjunto $\times$ TipoElemento $\rightarrow$ Booleano

EsSubconjunto: TipoConjunto $\times$ TipoConjunto $\rightarrow$ Booleano

Cardinal: TipoConjunto $\rightarrow$ Natural

Especificación

(* constructoras no generadoras *)

Quitar: TipoConjunto x TipoElemento $\rightarrow$ TipoConjunto

Union: TipoConjunto x TipoConjunto $\rightarrow$ TipoConjunto

Interseccion: TipoConjunto x TipoConjunto $\rightarrow$ TipoConjunto

Diferencia: TipoConjunto x TipoConjunto $\rightarrow$ TipoConjunto

VARIABLES

conjunto, conjunto2: TipoConjunto;

i, j, e1, e2: TipoElemento;

ECUACIONES DE DEFINITUD

DEF(Elegir(Poner(conjunto, i)))

ECUACIONES ENTRE GENERADORAS

(la operación 'Poner' es conmutativa *)*



Poner(Poner(conjunto, e1), e2) = Poner(Poner(conjunto, e2), e1)

(la operación 'Poner' es idempotente *)*



Poner(Poner(conjunto, e1), e1) = Poner(conjunto, e1)

Especificación

ECUACIONES

(* observadoras selectoras *) 

Elegir(Poner(conjunto, i)) =

<< seleccion aleatoria de un elemento j tal que: Pertenece(conjunto, j) >>

(* observadoras no selectoras *)

EsConjuntoVacio(CrearConjuntoVacio) = CIERTO

EsConjuntovacio(Poner(conjunto, i)) = FALSO

Pertenece(CrearConjuntoVacio, i) = FALSO

Pertenece(Poner(conjunto, i), j) = (i = j) $\vee$ Pertenece(conjunto, j)

EsSubconjunto(CrearConjuntoVacio, conjunto2) = CIERTO

 EsSubconjunto(Poner(conjunto, e1), conjunto2) = Pertenece(conjunto2, e1) $\wedge$
EsSubconjunto(conjunto, conjunto2)

Cardinal(CrearConjuntoVacio) = 0

Cardinal(Poner(conjunto, e1)) = **SI** Pertenece(conjunto, e1) $\rightarrow$

Cardinal(conjunto)

| 1 + Cardinal(conjunto)

Especificación

(* constructoras no generadoras *) 

Quitar(CrearConjuntoVacio, j) = CrearConjuntoVacio

Quitar(Poner(conjunto, i), j) = **SI** $i = j \rightarrow$

 Quitar(conjunto, j) 

 | Poner(Quitar(conjunto, j), i) 

Union(CrearConjuntoVacio, conjunto2) = conjunto2

Union(Poner(conjunto, i), conjunto2) = Poner(Union(conjunto, conjunto2), i)

Interseccion(CrearConjuntoVacio, conjunto2) = CrearConjuntoVacio

Interseccion(Poner(conjunto, i), conjunto2) = **SI** Pertenece(i, conjunto2) $\rightarrow$

 Poner(Interseccion(conjunto, conjunto2), i)

 | Interseccion(conjunto, conjunto2)

Diferencia(conjunto, CrearConjuntoVacio) = conjunto

Diferencia(conjunto, Poner(i, conjunto2)) =

 Diferencia(Quitar(conjunto, i), conjunto2)

FIN ESPECIFICACIÓN

Implementaciones

- Tipos predefinidos del lenguaje (**SET** en Pascal*)
- Mediante vectores booleanos 
- Mediante un vector de elementos 
- Realización dinámica
- Comparación de las diversas realizaciones
- Observaciones Generales

* `set` en la STL o C++Std Library sí tiene orden y se implementa mediante ABB

Comparativa de implementaciones



- SET en Pascal: la mas inmediata y eficiente pero está limitada a conjuntos de 256 elementos.
- Vector de booleanos: permite trabajar con cualquier tamaño y su implementación es directa pero requiere un vector del tamaño del conjunto universal.
- Si el rango del conjunto universal es muy grande, deberemos utilizar implementaciones con vector de elementos o con listas, en este caso las operaciones no son tan eficientes, pero se ahorra espacio.

Consideraciones generales

- En las operaciones de unión, intersección y diferencia se ha considerado que los conjuntos tienen el mismo tamaño.
- Hemos considerado que los conjuntos están formados por enteros y que sus valores van desde 1 hasta NUM_MAX

Programación con conjuntos

- Escribir los elementos de un conjunto
- Encontrar el mayor de los factores primos comunes de tres números menores que 100
- Juego del Bingo
- Criba de Eratóstenes para generar los primos menores que un número dado.
- Clasificación de caracteres

Bolsas

- Una bolsa es una colección formada por un número arbitrario de elementos del mismo tipo, donde no hay orden, pero que puede existir repetición de elementos.
- Surge el concepto de multiplicidad de un elemento

Implementaciones

- Las operaciones sobre bolsas son las mismas que sobre conjuntos salvo que aparece una nueva operación:
 - Multiplicidad: `TipoElemento x TipoBolsa → Entero`
- Las implementaciones son las mismas pero ahora se considera la posibilidad de repeticiones.

Ejercicio propuesto

- Dada la realización del TAD `TipoConjunto`, adaptarla para la representación y manipulación de bolsas (TAD `TipoBolsa`)
- Usando el TAD `TipoBolsa`, especificar y codificar en Pascal un algoritmo que permita calcular el mínimo común múltiplo de tres números naturales.